MODELOS MARKOVIANOS PSER PARA EL ANÁLISIS DE EVASIÓN DE IMPUESTOS EN EL PERÚ

Hugo Alberto Mori Caicay: Doctor en Contabilidad y Finanzas, Magister en Auditoria de Gestión, Docente de universidades públicas y privadas,actualmente labora como especialista en la División de Gestión Patrimonial de la SUNAT.

RESUMEN

Evasión de impuestos (EDI) es una problemática muy compleja que varía ampliamente a través delas naciones, alcanzando valores extremos en países emergentes. Analizamos esta problemática vía modelos Markovianos PSER de predicción que describen la evolución dinámica del proceso de EDI. Un Protocolo Inductivo para evitar la EDI es propuesto.

ABSTRACT

Evasion of taxes (EOT) is a very complex issue that varies widely across nations, reaching extremevalues in emerging countries. We analyze this problem by means of PSER Markov models of prediction describing the evolution of the dynamical process of EOT. An Inductive Protocol to avoid EOT is proposed.

PALABRAS CLAVE: Evasión de impuestos, Proceso de Markov, Cadena de Markov, Población cerrada, Población abierta, Probabilidad de Transición, Software Maple.

KEYBOARDS: Evasion of taxes, Markov Processes, Markov Chain, Closed population, Open population, Transition probabilities, Software Maple

1. INTRODUCCIÓN

El problema de evasión de impuestos (EDI) es una realidad constante que todos los países experimentan a través de su historia. Esta realidad se ha tornado más incierta y de mayor escala en estos tiempos debido a la novedosa y misteriosa pandemia del siglo XXI causado por el Covid-19 que ha generado muerte, destrucción de las economías, desempleo, aumento de la informalidadcomercial y en particular la evasión fiscal y los cambios de conducta de los contribuyentes de serpagador a ser evasor. En orden de evitar el incremento de evasores de impuestos los gobiernos alrededor del mundo optaron por dar facilidades y ampliaciones de fechas de pago a sus contribuyentes. En conclusión, entender la trayectoria futura del comportamiento de los contribuyentes se ha complicado y requiere el conocimiento de los niveles de la población y la aplicación de nuevas leyes que favorezcan a ambas partes de la sociedad: al gobierno y a los contribuyentes.

Debido a esta problemática muchos investigadores han tratado de encontrar el remedio apropiado,pero hasta hoy en día solo se ha logrado calmante para tranquilizar la EDI que en ciertos países yépocas aumenta muy notoriamente tal como ocurre en estos tiempos durante la misteriosa pandemia del siglo XXI ocasionada por el Covid-19. Para tener un panorama claro del historial yevolución del tema de investigación retrocedamos en el tiempo una media centuria y tomemos como punto de partida el año 1968. Este es el año en el que el economista premio nobel Gary S.

Becker teorizó por primera vez la "economía del crimen" (Becker G., 1968) en el que usó análisismatemático económico para desarrollar políticas públicas y privadas óptimas para combatir el comportamiento ilegal. Luego, muy pronto sobre estas bases, Allingham M. y Sandmo A. producen, en 1972, un modelo económico de evasión de impuestos en el que concluyen que el nivel de evasión fiscal depende de la probabilidad de detectar y el nivel de sanción proveído por la ley. Este fue el trabajo inspirativo de muchos autores siguientes, incluyendo al autor de este manuscrito. Si uno quisiera estudiar la historia completa de impuestos sería recomendable que inicie con el estudio del desarrollo de la evasión de impuestos (Sandmo A., 2005).

La evasión de impuestos es caótica, contrario a la razón del ser humano. Hay países cuyos impuestos son bajos, como Estados Unidos, y hay naciones cuyos niveles de impuestos son altos,como en Alemania, pero en todas las naciones sus ciudadanos incurren en la evasión fiscal. EstadosUnidos, en estos tiempos encabeza el ranking seguido por Brasil. Por otro lado, la evasión tributariaen América Latina, por ende, en el Perú, se caracteriza por la baja presión de sus leyes a pesar de que se percibe que tienen un gran efecto obstaculizador en las finanzas públicas (Gómez S., 2016).El Perú es el único país de la Alianza Pacífico que no ha emprendido una reforma tributaria integralen los últimos años.

Acercándonos más a nuestra localidad, el Perú es uno de los países de Latinoamérica que presentamayores índices de informalidad empresarial lo cual conlleva a un alto grado de evasión tributaria(Choy, Z. y Montes, E., 2016). Visto un panorama breve de esta problemática en este artículo proponemos una metodología simple para analizar y predecir el movimiento tendencial aleatorio de los agentes considerados personas o contribuyentes que permanecen o se desplazan de un estadoa otro en el tiempo dentro de una población económicamente activa. Pero, el objetivo más fino deesta investigación es dar un protocolo dentro de este sistema de evasión fiscal para evitar la evasióny la elusión fiscal.

Esta investigación está organizada de la siguiente manera: En la sección 2 presentamos una revisión breve de literatura de palabras claves que fundamentan las bases teóricas de estainvestigación. En la sección 3, sección crucial, presentamos el plan y la edificación de los modelos Markovianos PSER para luego en la sección 4 mostrar sus resultados. Finalmente, damos conclusiones y recomendaciones remarcables en la sección 5.

2. REVISIÓN DE LA LITERATURA REQUERIDA

2.1 Evasión de impuestos

Existe abundante literatura que explican la teoría y la práctica de la evasión de impuestos en todossus contextos. Aquí sólo damos una definición para refrescar al lector, el término evasión de impuestos, y pueda continuar con el estudio de la metodología que presentamos.

La evasión de impuestos, evasión fiscal, evasión tributaria es una figura jurídica que consiste en el impago voluntario de tributos, parcial o total, establecidos por la ley. Por lo tanto, la evasión deimpuestos es una actividad o acción ilícita y tiene sus consecuencias jurídicas. Este término se puede analizar de varios puntos de vista: algebraicos, geométricos, estadísticos, económicos, jurídicos, financieros, contables, etc. Pero, todos conllevan a explicar las interrogantes como: ¿por qué evaden algunos contribuyentes?, ¿cuáles son los beneficios y costos de la evasión?, ¿cómo enfrentar la evasión?, (Yáñez, J. 2014). Nosotros damos respuesta a la interrogante, ¿cómo predecir la evasión o no evasión de impuestos? desde el punto de vista probabilístico.

2.2 Proceso de Markov

En el mundo real clásico, el principio fundamental del determinismo científico desempeña un rol fundamental: a partir del estado de un sistema físico o social en el instante t_0 se puede deducir su estado posterior en un instante t_1 y partir de estos instantes se puede predecir el estado del sistema en el instante t_2 , y así sucesivamente. Como consecuencia de este principio se obtiene un método

básico para analizar el futuro de sistemas que dependen del historial de sus estados pasados, en nuestro caso estamos interesados en analizar sistemas que obedecen leyes probabilísticas en vez de leyes determinísticas y que nos ayuden a determinar probabilidades de un estado futuro de un sistema que no necesariamente depende de su historial sino sólo depende de su estado anterior. Los procesos estocásticos que satisfacen esta condición son llamados procesos de Markov.

Una clase especial de procesos de Markov es una cadena de Markov; se puede definir como un proceso estocástico cuyo desarrollo se puede considerar una serie de transiciones entre valores determinados (llamados "estados" del proceso) que tienen la propiedad de que la ley del desarrollofuturo del proceso, una vez que está en un estado dado, depende sólo del estado y no de cómo llegó el proceso a dicho estado.

Definición A. (Proceso de Markov). Un proceso estocástico de parámetro discreto $\{X(t): t = 0,1,2,\ldots\}$ o un proceso de parámetro continuo $\{X(t): t \geq 0\}$ es un proceso de Markov si, para un conjunto cualquiera de n instantes $t_1 < t_2 < \cdots < t_n$ en el conjunto índice del proceso, la distribución condicional de $X(t_n)$ para valores dados de $X(t_1), \ldots, X(t_{n-1})$ únicamente depende de $X(t_{n-1})$, valor conocido más reciente: más exactamente, para valores reales cualesquiera $x_1, x_2, \ldots, x_n$:

$$P[X(t_n) \le x_n \mid X(t_1) = x_1, \ldots, X(t_{n-1}) = x_{n-1}) = P[X(t_n) \le x_n \mid X(t_{n-1}) = x_{n-1}] \qquad (1)$$

Intuitivamente se interpreta la ecuación (1) como que dado el "presente" del proceso, el "futuro"es independiente del "pasado".

2.3 Cadenas de Markov

Definición B. Considerar un proceso estocástico de variables aleatorias $X_0, X_1 \cdots$ y supongamos que el conjunto de valores posibles de estas variables aleatorias es $\{0,1,2,\ldots,M\}$. Donde $X_n = i$ indica que el sistema esta en el estado i en el tiempo n. Esta secuencia de variables aleatorias es dicha que forma una cadena de Markov si cada vez que el sistema está en el estado i existe una probabilidad fija P_{ij} que el sistema estará en el siguiente estado j. Esto es, la ecuación (1) arriba se escribe como: para todo $i_0, i_1, \ldots, i_{n-1}, i, j$

$$P[X_{n+1} = j \mid X_n = x_n, X_{n-1} = x_{n-1}, \ldots, X_1 = i_1, X_0 = i_0] = P_{ij} \qquad (2)$$

Los valores $P_{ij},\ 0 \le i \le M,\ 0 \le j \le M,$ son llamados probabilidades de transición de la cadena de Markov y estas probabilidades satisfacen:

$$P_{ij} \ge 0 \qquad \sum_{j=0}^{M} P_{ij} = 1 \qquad i = 0,1,\ldots,M$$

Siempre es conveniente escribir estas probabilidades de transición P_{ij} en una matriz como sigue

$$P_{ij} = \begin{pmatrix} P_{00}\, P_{01} & \cdots & P_{0M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{M0}\, P_{M1} & \cdots & P_{MM} \end{pmatrix} \qquad (3)$$

El conocimiento de la matriz de probabilidades y la distribución decalcular X_0 nos facilita, en teoría, todas las probabilidades de interés.

$P_{ij} = P_{ij}^{(1)}$ representa la probabilidad que un sistema en estado i ingresará al estado j en la siguiente transición. También podemos definir probabilidades de transición de dos pasos, tres pasos, hastade n pasos. Más aún para infinitos pasos.

$$P_{ij}^{(1)} = P\{X_{m+1} = j \mid X_m = i\}, P_{ij}^{(2)} = P\{X_{m+2} = j \mid X_m = i\}, \ldots, P_{ij}^{(n)} = P\{X_{m+n} = j \mid X_m = i\}$$

Generalizando escribimos las bien conocidas ecuaciones de *Chapman-Kolmogorov*

$$P_{ij}^{(n)} = \sum_{k=0}^{M} P_{ik}^{(r)} P_{kj}^{(n-r)} \quad \text{para todo } 0 < r < n \qquad (4)$$

Las cadenas de Markov que satisfacen $P_{ij}^{(n)} > 0$ para todo $i, j = 0,1,2, \ldots, M$ son llamados ergódicos. Desde que de la ecuación (4) resulta $P_{ij}^{(n+1)} = \sum_{k=0}^{M} P_{ik}^{(n)} P_{kj} > 0$ entonces, haciendo $n \to \infty$, para una cadena ergódica se tiene $\pi_j = \sum_{k=0}^{M} \pi_k P_{kj}$. Luego desde que $\sum_{j=0}^{M} P_{ij}^{(n)} = 1$, haciendo que $n \to \infty$, también se obtiene $\sum_{j=0}^{M} \pi_j = 1$. Como una motivación, antes de implementar el modelo Markoviano, consideremos un caso simple de la conducta de evasores de impuestos. Asumamos que hoy elegimos al azar a una empresa para fiscalizar sus impuestos del periodo anterior y se concluye que la empresa evadió sus impuestos. Con estos resultados asumimos que en el siguienteperiodo la empresa también evadirá sus impuestos con probabilidad α ; pero, si se concluye que la empresa pagó sus impuestos, entonces la empresa evadirá sus impuestos el siguiente periodo con probabilidad β . ¿Cómo será el comportamiento de la empresa en el pago de sus impuestos a largo plazo? Podemos analizar este problema por dos o más métodos.

Método 1. La matriz de transición es ergódica, entones resolvemos las ecuaciones (a), (b), y (c).

$$\begin{array}{cc} & \boxed{\text{Siguiente periodo}} \\ & \boxed{\text{Evade} \quad \text{Paga}} \\ \boxed{\begin{matrix} H \\ o \\ y \end{matrix}} \boxed{\begin{matrix} \text{Evade} \\ \\ \text{Paga} \end{matrix}} & \begin{pmatrix} \alpha & 1-\alpha \\ \beta & 1-\beta \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\pi_0 = \alpha\pi_0 + \beta\pi_1 \qquad \text{(a)}$$

$$\pi_1 = (1-\alpha)\pi_0 + (1-\beta)\pi_1 \qquad \text{(b)}$$

$$\pi_0 + \pi_1 = 1 \qquad \text{(c)}$$

Del que resultan, $\pi_0 = \frac{\beta}{1+\beta-\alpha}$, $\pi_1 = \frac{1-\alpha}{1+\beta-\alpha}$. En particular, supongamos que las probabilidades que las probabilidades que la empresa evade sus impuestos en el siguiente periodo es $\alpha = 0.6$, $\beta = 0.3$, entonces la probabilidad que la empresa no pague sus impuestos en el largo plazo, en el n-ésimo periodo, es $\pi_0 = \frac{3}{7} \approx 43\%$. Este resultado porcentual o proporción es valido también si la matriz de transición no es ergódica. ◂

Método 2. Usando la ecuación (4) de Chapman-Kolmogorov, para α = 0.6, β =0.3 , una simple multiplicación de matrices, nos ayudamos con el *software Maple*.

```
with(LinearAlgebra):
P[ij]:=<<alpha,beta>|<1-alpha,1-beta>>;
```

$$P_{ij} := \begin{bmatrix} \alpha & 1 - \alpha \\ \beta & 1 - \beta \end{bmatrix}$$

```
P[ij]^20;
```

$$\begin{bmatrix} 0.428571428591352888 & 0.571428571408646779 \\ 0.428571428556484946 & 0.571428571443514444 \end{bmatrix}$$

La matriz inicial P_{ij} ha sido multiplicada por si misma o que es lo mismo elevado a la potencia 20. La verificación se deja al lector. Pero, observe que la respuesta coincide con la respuesta del Método 1. En la siguiente sección presentamos un caso más general.

Para el caso de nuestra investigación $X_0, X_1, \ldots, X_\Pi$ representa a la población y cada variable aleatoria X_i representa el comportamiento de un miembro de la población y el conjunto $\{pagador, susceptible, evasor, \ldots.\}$ son los distintos estados que adopta cada variable de la población durante su permanencia en el sistema. Estos cambios de conducta, en el tiempo, de unapersona o empresa que decide cambiar de un estado a otro de un periodo a otro es medido por la probabilidad de transición.

3. EL MODELO MARKOVIANO PSER

Sea Π una población finita. Fijamos un periodo de tiempo (anual, mensual, etc.), y clasificamos a los miembros de la población en cuatro grupos: P = pagador, S = susceptible, E = evasor, R = revindicado. Cada miembro de la población pertenece solo a uno de los grupos, excepto el susceptible S que puede estar en cualquier grupo. Regla 1: cada miembro de la población se puede pasar de un grupo a otro en cierta dirección, como se muestra en el siguiente esquema:

$$P \;\square\quad S \;\square\quad E \rightarrow R \rightarrow P$$

La dirección de las flechas indican las opciones que tiene un individuo en desplazarse dentro de los posibles estados. Por tanto, un miembro pagador se puede volver evasor (pasar de P a E), pero previamente paso a ser susceptible ($P \rightarrow S \rightarrow E$), y un evasor puede volver a ser pagador (pasa de E a P), si en el periodo anterior era pagador ($E \rightarrow R \rightarrow P$). Note que en este último caso el evasor para convertirse en pagador tuvo que ser antes revindicado. Regla 2: en cualquierade los estados un miembro se puede ir del sistema, abandona la población. Si el elemento que abandonó no retorna a la población, es el caso de una población cerrada. Si el elemento abandonóel sistema y en otro momento retorna al mismo, estamos en el caso de una población abierta. Asumimos que la revindicación de un miembro proporciona inmunidad de compromiso ante la leyy no regresa al grupo E.

En ambos casos se observa que la población es variable, tal como ocurre en el mundo real. Un caso particular, podría ser que se considere que la persona que abandona el sistema se incluya en el grupo revindicado, de tal manera que la población se mantiene constante. Este es el caso del bien conocido modelo de epidemiología SIR (Kermack W. & McKendrick A., 1927).

Como en todo proceso de modelamiento, un primer paso es identificar las variables.

3.1 Identificación de variables

La variable independiente es el tiempo t, medido en años. Consideremos dos conjuntos de variables dependientes relacionadas, dependientes del tiempo. El primer conjunto de variables dependientes cuenta el número de personas en cada grupo:

$P = P(t)$ es el número de miembros pagadores, pero no susceptibles,

$S = S(t)$ es el número de miembros susceptibles,

$E = E(t)$ es el número de miembros evasores, pero no susceptibles,

$R = R(t)$ es el número de miembros revindicados, no susceptibles.

Condición 1: $P(t) + S(t) + E(t) + R(t) = \Pi$

El segundo conjunto de variables dependientes representa la fracción del total de la población Π en cada uno de los cuatro grupos.

$p(t) = \frac{P(t)}{\Pi}$ es la fracción de contribuyentes pagadores no susceptibles de la población

$s(t) = \frac{S(t)}{\Pi}$ es la fracción de contribuyentes susceptibles de la población,

$e(t) = \frac{E(t)}{\Pi}$ es la fracción de contribuyentes evasores no susceptibles de la población,

$r(t) = \frac{R(t)}{\Pi}$ es la fracción de contribuyentes revindicados no susceptibles de la población.

Condición 2: $p(t)+s(t)+e(t)+r(t)=1$

Notemos que los dominios de las variables dependientes, así definidas, son mutuamente excluyentes. Para el propósito de este estudio usaremos el segundo conjunto de variables. En este instante nos preguntamos cómo varían estas funciones $p(t), s(t), e(t), r(t)$ en el tiempo? Si

logramos una ecuación matemática para cada una de estas funciones, habremos avanzado un paso agigantado y encontrado una herramienta para describir el comportamiento de cada grupo de personas en la población en edad de contribuyentes, en particular de los evasores. Es decir, una solución de este problema sería la solución de las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$
\begin{aligned}
\frac{dP}{dt} &= \alpha - \delta P - \mu P \\
\frac{dS}{dt} &= \delta P - \beta \frac{SE}{\Pi} - \mu S \\
\frac{dE}{dt} &= \beta \frac{SE}{\Pi} - \gamma E - \mu E \\
\frac{dR}{dt} &= \gamma E - \mu R
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

Por su puesto para resolver este problema matemático debemos dar valores iniciales a las ecuaciones diferenciales y dar condiciones a sus parámetros $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \mu$. Este enfoque quetambién conlleva a la solución de este problema, desde el punto de vista matemático, que planteamos queda abierto para cualquier investigador interesado. Para nosotros, por el momento,no constituye el objetivo de la metodología de esta investigación. Pero, nos quedamos muy interesados y prometemos que se publicará en una siguiente edición.

3.2 Desarrollo del modelo

Sea M_1 una matriz de orden 4×2 que contiene la distribución de la población en ocho

compartimientos de las variables definidas arriba cuyo dominio está particionado en grupos de elementos de la población. Aquí requerimos introducir y definir dos nuevas variables: V = vulnerable a ser evasor, I = invencible a ser evasor. Esta matriz contiene la distribución de la población económicamente activa de una comunidad o un país clasificada en estratos de acuerdo a las variables.

M_1 = (6)

	V	I
P	$T(P,V)$	$T(P,I)$
S	$T(S,V)$	$T(S,I)$
E	$T(E,V)$	$T(E,I)$
R	$T(R,V)$	$T(R,I)$

Donde, por ejemplo, $T(P,V)$ es el número de personas de la población que pagan sus impuestosy son vulnerables a ser evasores de pagar sus impuestos. Este grupo de miembros tienen laposibilidad de transitar en el sistema desde el estado $P=$ pagador al estado de ser vulnerable V en un periodo determinado de tiempo, y posiblemente de transitar hacia otros estados vecinos y permanecer en cada uno de ellos por siempre o abandonar después de un tiempo y quizás retornara su estado inicial, después de deambular por el sistema. Estos cambios dinámicos en el tiempo nos dan la garantía que estamos frente a un proceso estocástico. A continuación, axiomatizamos la distribución de la población en estudio, cuya demostración queda sólo indicada.

Proposición 1. Si Π es el total de la población en condición de reportar sus impuestos, entonces $\Pi = \sum_{i,j} T_{ij}(V,I)$ donde $0 \le T_{ij}(P,V)$ es un número entero y $i = 1,2,3.4;\ j = 1,2.$

Teorema M. Cualquier población finita de tamaño Π puede ser dividida de acuerdo con la proposición 1.

Prueba. La prueba es basada en la proposición 1 y se realiza por inducción matemática en el número de miembros que hay en el sistema, los miembros que salen y los nuevos que ingresan al mismo.

En seguida, a partir de la matriz M_1 construimos la matriz de probabilidades de transición P_{ij} asociada a la cadena de Markov que anida las probabilidades de transición de los cambios de estado de los miembros de la población dentro del sistema de contribuyentes al fisco. Estamos en un periodo inicial del estudio y debemos fijar el tiempo y la periodicidad en función a los objetivos planteados en la investigación. En nuestro caso es periodo anual.

$P_{ij} = P_{ij}^{(1)} =$

	PV	SV	EV	RV	PI	SI	EI	RI
PV	α_1	α_2	α_3	α_4	0	0	0	0
SV	β_1	β_2	β_3	β_4	0	0	0	0
EV	0	0	μ_1	μ_2	0	0	0	μ_3
RV	0	0	0	0	δ_1	δ_2	0	δ_3
PI	0	0	0	0	1	0	0	0
SI	0	0	0	0	γ_1	γ_2	0	0
EI	0	0	0	0	0	0	1	0
RI	0	0	0	0	1	0	0	0

Propiedades: (1) Suma de cada fila es igual a 1. (2) Cada entrada de la matriz es una probabilidad. Es decir, por ejemplo, para todo $k = 1,2,3,4.$ $0 \le \alpha_k \le 1.$

A continuación, analizamos la convergencia de cada probabilidad de transición, que nos indicarála probabilidad de la conducta futura de cada contribuyente de la población. Para lograr este propósito recurrimos a las ecuaciones de Chapman-Kolmogorov de la ecuación (4) y realizamoscálculos de las probabilidades de transición de varias etapas hacia adelante, mediante el softwarematemático Maple. Tal como se muestra a continuación:

Pana $n = 1, P_{ij} = P_{ij}^{(1)}$ se obtiene la matriz arriba, cuyas entradas son los valores de matriz (3).

```
with(LinearAlgebra):
P[ij]:=<<alpha[1],beta[1],0,0,0,0,0,0>|<alpha[2],beta[2],0,0,0,0
,0,0>|<alpha[3],beta[3],mu[1],0,0,0,0,0>|<alpha[4],beta[4],mu[2]
,0,0,0,0,0>|<0,0,0,delta[1],1,gamma[1],0,1>|<0,0,0,delta[2],0,ga
mma[2],0,0>|<0,0,0,0,0,0,1,0>|<0,0,mu[3],delta[3],0,0,0,0>>;
```

$$P_{ij} := \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_1 & \mu_2 & 0 & 0 & 0 & \mu_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_1 & \delta_2 & 0 & \delta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_1 & \gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para $n = 2, P_{ij}.P_{ij} = P_{ij}^{(2)}$ es una matriz de paso 2, cuyos resultados después de dos periodos de tiempo. Es decir, el sistema estando en el estado i ingresará al estado j en dos transiciones. Para lograr este resultado simplemente multiplicamos la matriz P_{ij} por sí misma, resultando:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1^2 + \alpha_2 \beta_1 & \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2 \beta_2 & \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \beta_3 + \alpha_3 \mu_1 & \alpha_1 \alpha_4 + \alpha_2 \beta_4 + \alpha_3 \mu_2 & \alpha_4 \delta_1 & \alpha_4 \delta_2 & 0 & \alpha_3 \mu_3 + \alpha_4 \delta_3 \\ \beta_1 \alpha_1 + \beta_2 \beta_1 & \alpha_2 \beta_1 + \beta_2^2 & \beta_1 \alpha_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_3 \mu_1 & \beta_1 \alpha_4 + \beta_2 \beta_4 + \beta_3 \mu_2 & \beta_4 \delta_1 & \beta_4 \delta_2 & 0 & \beta_3 \mu_3 + \beta_4 \delta_3 \\ 0 & 0 & \mu_1^2 & \mu_1 \mu_2 & \mu_2 \delta_1 + \mu_3 & \mu_2 \delta_2 & 0 & \mu_1 \mu_3 + \mu_2 \delta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_1 + \delta_2 \gamma_1 + \delta_3 & \delta_2 \gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_1 + \gamma_2 \gamma_1 & \gamma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Si continuamos sucesivamente para $n = 3, 4, \ldots$ multiplicando la matriz por sí misma, o elevando a la potencia 3, 4, etc., podremos experimentar que el tamaño de las tablas es muy amplia paraescribirlos en una página o dos páginas de este documento, por lo que optamos solo por explicar su visión futura.

Es decir, lo que debemos entender de acuerdo a la teoría presentada arriba es que,en la práctica, cada vez que multiplicamos a la matriz por sí misma estamos caminando un paso alfuturo y lo que ocurre con cada una de las entradas de la matriz en este futuro, lo que en su expresión se complican, es que deben converger a un valor especifico. Este valor específico nos indica la probabilidad o porcentaje o proporción con el cada estado del sistema o fenómeno en estudio se encontrará a largo plazo. Es decir, cada entrada de la matriz muestra un indicador "futuro" o a largo plazo de un estado componente descriptor del sistema. En nuestro caso queremospredecir, qué proporción de evasores de impuestos del presente continuarán evadiendo de pagar sus impuestos en los siguientes periodos o queremos predecir si los pagadores honestos continuaran siendo pagadores honestos, y entre otras predicciones.

En particular, la matriz $P_{ij} = P_{ij}^{(1)}$ contiene la distribución de probabilidades de transición de todos los posibles cambios dentro del sistema en la primera transición. Por ejemplo, $\alpha_1 = P_{00}^{(1)}(X_1 = PV/X_0 = PV)$ es la probabilidad que un miembro de la población que en el presente periodo de declaración de sus impuestos es pagador vulnerable (PV) siga siendo pagador vulnerable el siguiente periodo de declaración de impuestos; y la entrada $\alpha_1^2 + \alpha_2\beta_1$ en la segunda matriz arriba es la probabilidad que esa persona o empresa siga siendo PV del segundo al tercer periodo. Simbólicamente: $P_{pv,pv}^{(2)} = P_{11}^{(2)}(X_2 = PV/X_1 = PV) = \alpha_1^2 + \alpha_2\beta_1$. Por otro lado, en la matriz $P_{ij} = P_{ij}^{(1)}$ la entrada de orden 44 $(00.11, 22, 33, 44)$ contiene a 1. Este 1 significa que la probabilidad que en el sistema un miembro (o todo el grupo) que esta en el estado de pagador invencible (PI) siga(n) en el estado de pagador invencible es 1 ó 100%, probabilidad segura. Es decir, si una persona o empresa (o el grupo) es pagador y es invencible a ser evasor, entonces, siempre permanecerá(n) en dicho estado. Este miembro (o grupo) de la población ha sido absorbido en este estado y no cambiará su conducta. Este es una clase de estados en una cadena de Markov llamado estado absorbente. Simbólicamente, $P_{44}^{(1)} = P_{44}^{(1)}(X_4 = PI/X_4 = PI) = 1$. Esta situación se confirma en la segunda matriz, luego de ser multiplicada por si misma, en la posición de la misma entrada se observa que la probabilidad se mantiene igual a 1, $P_{44}^{(2)} = P_{44}^{(2)}(X_4 = PI/X_4 = PI) = 1$.

Otro hecho rescatable del contenido en estas matrices es el estado de un miembro (o grupo) de la población de ser revindicado vulnerable (RV). Un revindicado, debido a la inmunización por la ley de penalidad, ya no puede ser susceptible vulnerable (SV) ni a ser evasor vulnerable (EV) otra vez y de hecho la opción que le queda es estar en el estado de pagador invencible (PI), por siempre. Es decir, revindicado invencible (RI) con probabilidad 1. Esta interpretación no es parte de la teoría de cadenas de Markov, es opinión y recomendación del autor de esta investigación particular, basado en los resultados del modelo. Para mayor claridad se muestra en la Figura 1 algunas relaciones de las variables del modelo, sus estados, y sus probabilidades de transición del sistema y de sus estados que son establecidas en matriz $P_{ij} = P_{ij}^{(1)}$ cuya idea inicial se bosqueja en un esquema arriba, sección 3 pagina 5, al inicio de la construcción del modelo Markoviano PSER. Si continuamos elevando a potencias más altas, $n \to \infty$, se debe cumplir que las expresiones en cada entrada son probabilidades que se estacionan optando un valor especifico en algún periodo adelante. En la siguiente sección se muestran resultados concretos de este estudio.

4. RESULTADOS

Tal como se indicó en el resumen, la evasión de impuestos es una problemática que todos gobiernos de los países lo enfrentan mediante sus leyes e instituciones creadas y establecidas conel propósito de combatir la evasión fiscal. La evasión fiscal en el Perú es un problema muy complejo y diversos estudios concluyen que la evasión ha sido o es muy alta. Pero no hay estudiosteóricos que expliquen el cómo será a largo plazo

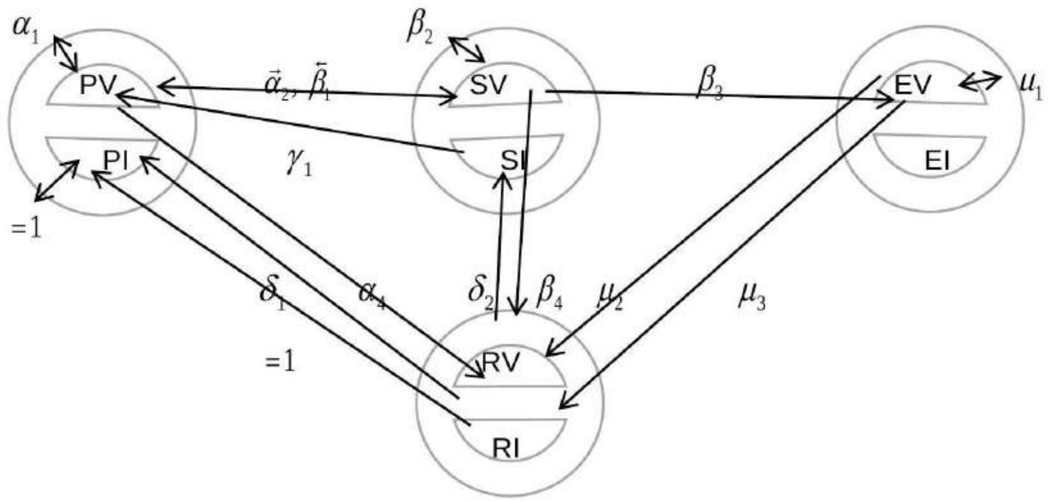

Figura 1. Representación gráfica de los estados y sus probabilidades de transición

Pero no hay estudios teóricos que expliquen el cómo será a largo plazo. La metodología de modelos markovianos para analizar esta problemática presentada en este trabajo puede ser útil y se puede replicar a cualquier comunidad o nación en cualquier región o continente. Los únicos requisitos que se requiere son: (1) la información real de los elementos de la población que participan en el estudio y (2) este modelo Markoviano implementado en algún *software* matemático para su procesamiento. Si el lector o investigador decide usar esta metodología sencilla y práctica, tiene toda la libertad de usarlo, con estas indicaciones.

Para mostrar, en forma concreta, lo desarrollado en las secciones 2 y 3 arriba supongamos que los contribuyentes (personas que trabajan e instituciones en actividad económica y están obligadas a reportar sus impuestos de acuerdo al mandato de las leyes) en el Perú tienen una característica dedesplazarse en forma lineal en un camino aleatorio con una probabilidad conocida de cambiar de un estado a otro.

Consideremos un caso supuesto en el Perú cuyo periodo inicial es el año 2017. Con este punto departida nuestro propósito es proyectar en el tiempo futuro resultados específicos de cada variable (cada miembro de la población) $X_0, X_1, \quad , X_\Pi$ a corto, mediano y a largo plazo de la convergencia

de cada grupo en un estado específico. Por ejemplo, tomando como referencia el año 2017 ¿cuál será la proporción de personas o empresas que el año 2017 eran pagadores vulnerables de sus impuestos permanezcan como pagadoras vulnerables dentro de un año o después de 5 años o el año 2027? Para contestar, esta y otras preguntas del objetivo de esta investigación asignemos valores a los parámetros de manera aleatoria y arbitraria con el propósito de mostrar el cómo funciona esta metodología de modelamiento Markoviano. Un investigador puede asignar otros valores de acuerdo a su experiencia y su propósito de estudio o si dispone de valores históricos reales en un repositorio de una base de datos, sus resultados serían más acordes a la realidad.

Sean los parámetros alfas igualmente probables de ocurrir. Es decir, supongamos que $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \frac{1}{4}$. Es decir que el pagador vulnerable puede cambiar sus estados a susceptible vulnerable (SV), o a evasor vulnerable (EV), o a revindicado vulnerable (RV) y permanecer como pagador vulnerable (PV) con la misma libertad. Así por condición de la propiedad de una matriz de transición de una cadena de Markov se debe cumplir que $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 1$. Similarmente, sean los parámetros betas igualmente probables de ocurrir $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \frac{1}{4}$ con la condición de que $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1$. Sean $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \frac{1}{3}$ los valores de los parámetros mus, tal que $\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = 1$. Esto nos dice que el evasor vulnerable tiene las posibilidades de cambiar de estados a RV o a RI o permanecer en su mismo estado EV con igual libertad, pero su libertar es más alto que la libertad que tienen las alfas y los betas. Supongamos que los parámetros deltas $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ tienen el mismo comportamiento que los parámetros mus. Finalmente, los parámetros gamas γ_1, γ_2 tienen la siguiente relación $\gamma_1 = 2\gamma_2$. De la condición $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$, resolvemos y resulta que $\gamma_1 = \frac{2}{3}$ y $\gamma_2 = \frac{1}{3}$. Un procedimiento análogo de asignación de valores iniciales a cada ecuación diferencial en (5) para el cálculo de los parámetros se puede seguir para la solución de las ecuaciones diferenciales que definen a este modelo.

Ahora que ya especificamos los valores iniciales de los parámetros alimentemos con estos valores a la matriz de probabilidades de transición para, en seguida, hacer funcionar la maquina MAPLE.

```
with(LinearAlgebra):
P[ij]:=<<1/4,1/4,0,0,0,0,0,0>|<1/4,1/4,0,0,0,0,0,0>|<1/4,1/4,1/3
,0,0,0,0,0>|<1/4,1/4,1/3,0,0,0,0,0>|<0,0,0,1/3,1,2/3,0,1>|<0,0,0
,1/3,0,1/3,0,0>|<0,0,0,0,0,0,1,0>|<0,0,1/3,1/3,0,0,0,0>>;
```

$$P_{ij} := \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Donde $i, j = 0,1,2,3,4,5,6,7$. En esta matriz se observan Multiplicamos una primera vez para calcular las probabilidades de transicion de paso 2. Es decir, para $n = 2, P_{ij} \cdot P_{ij} = P_{ij}^{(2)}$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{5}{24} & \frac{5}{24} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{5}{24} & \frac{5}{24} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} & 0 & \frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{9} & \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{9} & \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Observamos que, por ejemplo, la probabilidad que el grupo de miembros de la población de pagadores vulnerables (PV) migren al grupo de pagadores invencibles (PI) en el año 2017, periodo inicial, es cero (primera fila y quinta columna): $P(X_4 = PI/X_0 = PV) = 0$; pero en el segundo periodo esta probabilidad ya no es cero, cambio a $P(X_4 = PI/X_0 = PV) = 1/12$. Es decir, en el segundo periodo existe la posibilidad de $1/12$ que los miembros del grupo de

pagadores vulnerables migren al grupo de pagadores invencibles (los que siempre pagaran). Otro hecho es que tanto en el periodo inicial, matriz $P_{ij} = P_{ij}^{(1)}$, como en el segundo periodo, matriz $P_{ij}^{(2)}$, el grupo de pagadores invencibles (PI) permanecen en su mismo estado, no migran a ningún otro estado. Esto suceso ocurre con probabilidad 1, $P(X_4 = PI/X_4 = PI) = 1$, fila 5 y columna 5 de las matrices. Estos miembros representan a los que siempre pagan sus impuestos (pagadores honestos que han sido absorbidos de permanecer en este estado) y no son susceptibles ni vulnerables a convertirse en evasores. En este caso, existen dos grupos más, ¿cuáles son?

Un tercer suceso que podríamos mencionar es que la probabilidad de que el grupo de miembros de pagadores vulnerables (PV) permanezca en su mismo estado inicial cambio de 1/4 a 1/8 en el segundo periodo. Es decir, la probabilidad que los miembros PV sigan siendo PV ha disminuido en 12.5% por lo que podríamos concluir que el 12.5% de PV han migrado a otros estados, y de acuerdo a los resultados en la matriz $P_{ij}^{(2)}$ pasaron a los estados PI y SI.

Ahora elevamos la matriz $P_{ij} = P_{ij}^{(1)}$ a la potencia 3, en otras palabras, a la matriz $P_{ij}^{(2)}$ lo multiplicamos por $P_{ij}^{(1)}$, resultando la siguiente matriz $P_{ij}^{(3)} =$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{16} & \frac{1}{16} & \frac{19}{144} & \frac{19}{144} & \frac{3}{8} & \frac{7}{72} & 0 & \frac{5}{36} \\ \frac{1}{16} & \frac{1}{16} & \frac{19}{144} & \frac{19}{144} & \frac{3}{8} & \frac{7}{72} & 0 & \frac{5}{36} \\ 0 & 0 & \frac{1}{27} & \frac{1}{27} & \frac{7}{9} & \frac{2}{27} & 0 & \frac{2}{27} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{26}{27} & \frac{1}{27} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{26}{27} & \frac{1}{27} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De esta última matriz $P_{ij}^{(3)}$ se puede rescatar muchos resultados intrigantes. Por ejemplo, vemos que los del grupo inicial (2017) PV que tenían la probabilidad del 25% de seguir en PV ahora se ha reducido al 6.25% (2019) los que permanecerán como PV el resto han migradoa otros estados. Ya podemos avizorar que en el futuro el grupo de pagadores vulnerables se irá extinguiendo porque sus miembros emigrarán a los estados PI, SI o RI. Suponemos en estecaso que ninguno abandona el sistema y la población se mantiene igual. Solo cambia la distribución de sus miembros. Otro hecho intrigante es que en el periodo inicial un miembro del grupo de revindicado vulnerable (RV) había la probabilidad de $1/3 \approx 33\%$ que migre a revindicado invencible (RI), fila 4 y columna 8, pero en el segundo y tercer periodo esta posibilidad se torna cero y será cero siempre en el futuro. Significa que la probabilidad de ocurrencia de dicho evento es imposible, después del tercer periodo, el revindicado vulnerablesólo acata la ley por corto tiempo y no puede ser revindicado invencible por siempre. Personalmente, podría interpretar que un miembro revindicado que es vulnerable a ser evasor no puede convertirse en un revindicado invencible. Al evasor curtido ni la ley lo convierte enpagador honesto (PI: pagador invencible).

Así podríamos continuar analizando periodo a periodo los cambios que ocurren en cada grupo de personas en la población, pero vayamos más de prisa. Concretamente, llevemos a la matriz inicial P_{ij} a 15 años hacia adelante $P_{ij}^{(15)}$ ¿cómo se verán las probabilidades de los estados en el sistema de contribuyentes de impuestos dentro de 15 años, suponiendo que hoy es el año 2017? Las respuestas nos dan cada una de las 64 entradas (8 filas por 8 columnas) de la matriz $P_{ij}^{(15)}$, que se muestra en la siguiente página. Interpretamos algunos resultados: Por ejemplo, en grupo depersonas PV en la matriz de transición inicial P_{ij} , la probabilidad que se conserven como PV en el siguiente periodo es 0.25, pero, esta posibilidad de mantenerse como PV después de 15 años es 1/65536 = 0.000015259, aproximadamente cero. Esto es debido a que los que iniciaronen ese grupo de PV han emigrado a otros estados. ¿A qué estados han emigrado? A los estadosque se han incrementado. Pareciera que muchos de ellos se convirtieron en PI, puesto que al inicio en P_{ij} no había ninguno, pero, en $P_{ij}^{(15)}$ su probabilidad es muy alta. Es buen presagio que los PV se conviertan a PI.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{65536} & \frac{1}{65536} & \frac{14316139}{313456656384} & \frac{14316139}{313456656384} & \frac{52228541845}{52242776064} & \frac{14070379}{156728328192} & 0 & \frac{4766585}{78364164096} \\ \frac{1}{65536} & \frac{1}{65536} & \frac{14316139}{313456656384} & \frac{14316139}{313456656384} & \frac{52228541845}{52242776064} & \frac{14070379}{156728328192} & 0 & \frac{4766585}{78364164096} \\ 0 & 0 & \frac{1}{14348907} & \frac{1}{14348907} & \frac{1594321}{1594323} & \frac{14}{14348907} & 0 & \frac{2}{14348907} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{14348906}{14348907} & \frac{1}{14348907} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{14348906}{14348907} & \frac{1}{14348907} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

En general, el movimiento migratorio o de permanencia de un miembro (o grupo) a algún estado vecino o a su mismo estado esta indicado por su probabilidad de ocurrencia: Si en el límite, $\lim_{n\to\infty} p_{ij} = 1$para algún $i, j = 0,1,2,\ldots,7$. indica que los miembros que ingresan a dicho estado no pueden salir, son absorbidos. Por ejemplo, p_{44}, p_{66}, p_{74} y muy pronto p_{34}, p_{54}. In opuesto a este caso es $\lim_{n\to\infty} p_{ij} = 0$ que indica que la inmigración a dicho estado, de cualquier otro, no ocurre. Queda abundante análisis e interpretación para el lector, en especial si dirige su mirada al Anexo encontrará una matriz de probabilidades de transición de 24 periodos adelante $P_{ij}^{(24)}$ para el caso seguido arriba.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este estudio hemos logrado implementar una metodología simple y práctica para analizar sistemas dinámicos cuyos eventos o movimientos ocurren de manera aleatoria. Esta metodología denominada Modelos Markovianos PSER ha sido enfocada específicamente al estudio de la evasión de impuestos. ¿Qué hemos aprendido de esta investigación? Hemos experimentado que usando las probabilidades como herramienta de la estadística y las cadenas de Markov como una rama de las matemáticas aplicadas se puede edificar modelos markovianos para extraer resultadosimportantes del comportamiento de agentes que tienen movimientos no determinísticos en el tiempo. La clasificación realizada a la población en 8 compartimientos (variables) es un criterio propio del autor, pero se concluye que se puede aplicar a cualquier grupo de personas sin importarsu zona geográfica nación o continente. De estos 8 grupos planificamos observar con mayor énfasisla conducta del grupo de evasores de impuestos imponiendo ciertas reglas experimentales. Lo más notorio de estas reglas que fijamos es que un si un contribuyente llegaba o alcanzaba la categoría de ser evasor (E) se podría revindicar. Esta revindicación de acuerdo a nuestra sub clasificación era de ser revindicado vulnerable (RV) o revindicado invencible (RI), pero debido a que estaría inmune a ser evasor otra vez debido al castigo de la ley solo tendría la probabilidad de 1/3 de ser RI y cero de ser RV. Sin embargo, la teoría nos ha indicado lo contrario. De la página 14 arriba, personalmente, podría interpretar que un miembro revindicado que es vulnerable a ser evasor no puede convertirse en un revindicado invencible, debido que al multiplicar la matriz que contiene esta probabilidad en el segundo periodo se torna a cero, si otro investigador le hubiera asignado otra probabilidad, también se convertiría en cero a corto plazo. “Al evasor curtido ni la ley lo convierte en pagador honesto (PI: pagador invencible)”.

Un protocolo que podríamos recomendar está basado en el teorema M y la proposición 1. Inductivamente, si un nuevo contribuyente ingresa a la población en de condición de contribuyentedebe ser asignado al grupo de pagadores honestos, recordársele su categoría, y si en un periodo determinado muestra susceptibilidad de ser vulnerable a continuar como pagador honesto comunicarle recordatorios de sanciones por las leyes. Aquí coincidimos con la conclusión de Allingham y Sandmo “el nivel de evasión de impuestos depende de la probabilidad de detectar o predecir temprano este acto” y recordar al contribuyente la posible sanción. Una herramienta paradetectar esta posibilidad son los Modelos Markovianos PSER que dejamos como propuesta al alcance los administradores de impuestos, con las siguientes sugerencias:

- La Superintendencia Nacional de Aduanas y de Administración Tributaria - SUNAT, debe aplicar e interpretar de una manera sencilla las normas orientado de manera adecuada a los contribuyentessobre lo que deben hacer y cómo proceder antes sus consultas o dudas, para ello se debe contar con profesionales especializados que conozcan de manera amplia la legislación del sistema tributario peruano, ya que muchas veces esta orienta de manera errada a realizar actos ilícitos porparte del contribuyente.

- El Estado y la Superintendencia Nacional de Aduanas y de Administración Tributaria - SUNAT, debe impulsar programas, campañas masivas de difusión de la cultura tributaria, a través del canal del Estado, así como medios de comunicación, redes sociales, que permitan la orientación a la población para que los contribuyentes tomen conciencia de las consecuencias de realizar una defraudación tributaria ya que es un delito tributario que conlleva a una pena privativa de la libertad, es decir, es sancionado con pena de cárcel.

- La Superintendencia Nacional de Aduanas y de Administración Tributaria – SUNAT, debe solicitar Asistencia Técnica Internacional a través de convenios con otros países y permita analizar y evaluar la solución y su aplicación para erradicar la evasión tributaria.

- El Estado, junto con la Superintendencia Nacional de Aduanas y de Administración Tributaria – SUNAT, debe promover la cultura tributaria a nivel nacional, empezando por la educación inicial, luego primaria, secundaria, y nivel superior, así como invertir en tecnología moderna para detectar el ocultamiento de bienes o ingresos por parte de los contribuyentes hacia la Administración Tributaria.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Allingham, M.G. and Sandmo, A. (1972). Income Tax Evasion: A theoretical Analysis.

Journal of Public Economics, p 323-338, North-Holland Publishing Company.

Choy, Z. y Montes, E. (2011). La Informalidad en los Sectores Económicos y la Evasión Tributaria en el Perú. Revista Quipukamayoc. Vol. 18 N.º 35 pp. 11-15 (2011) UNMSM,

Lima, Perú. ISSN: 1560-9103 (versión impresa) / ISSN: 1609-8196 (versión electrónica).

Gary Becker (1968), "Crime and Punishment: An Economic Approach" (PDF). TheJournal of Political Economy. 76 (2): 169–217. doi:10.1086/259394.

Gómez, S. y Morán, D. (2016). Evasión Tributaria en América Latina: Nuevos y

Antiguas desafíos en la cuantificación del fenómeno en los países de la región. Seriesde la CEPAL. LC/L.4155.

Kermack, W.O. and McKendrick, A.G., (1927). “A contribution to the mathematical

Theory of epidemics”. Proceedings of the Royal Society of London Series A, 115:700-721.

Sandmo, A. (2005). The Theory of Tax Evasion: A Retrospective Review. National Tax Journal. Vol. 58, No. 4 (December 2005), pp. 643-663 (21 pages). Published By: TheUniversity of Chicago Press. https://www.jstor.org/stable/41790296

Yáñez Henríquez, J. (2014). Evasión Tributaria: Atentado a la equidad. CET: Centro de estudiostributarios, Universidad de Chile.

7. ANEXOS

$$
\begin{bmatrix}
\frac{1}{33554432} & \frac{1}{33554432} & \frac{282412759265}{315892089221441126 4} & \frac{282412759265}{3158920892214411264} & \frac{526486533023418143}{526486815369068544} & \frac{282211432673}{1579460446107205632} & 0 & \frac{94134790219}{789730223053602816} \\
\frac{1}{33554432} & \frac{1}{33554432} & \frac{282412759265}{3158920892214411264} & \frac{282412759265}{3158920892214411264} & \frac{526486533023418143}{526486815369068544} & \frac{282211432673}{1579460446107205632} & 0 & \frac{94134790219}{789730223053602816} \\
0 & 0 & \frac{1}{282429536481} & \frac{1}{282429536481} & \frac{10460353202}{10460353203} & \frac{23}{282429536481} & 0 & \frac{2}{282429536481} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{282429536480}{282429536481} & \frac{1}{282429536481} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{282429536480}{282429536481} & \frac{1}{282429536481} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$